ECOLE NAVALE

Concours 1977

Calcul numérique

I

On considère l'équation du troisième degré à coefficients réels :

(1) $$x^3 + ax^2 + bx + c = 0.$$

1. — Montrer que par un changement de variable de la forme $x = y + h$, on peut ramener la résolution de (1) à celle d'une équation du type :

(2) $$y^3 - py - q = 0, \qquad p, q \in \mathbb{R}.$$

2. — Vérifier que si les coefficients de l'équation (2) satisfont la relation :

(3) $$4p^3 - 27q^2 > 0$$

alors l'équation (2) a trois racines réelles.

Constater que dans cette situation on a :

$$-1 < \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{q}{p\sqrt{p}} < +1.$$

En supposant la relation (3) vérifiée et en désignant par φ le plus petit angle positif tel que :

$$\cos\varphi = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{q}{p\sqrt{p}}$$

on admettra que les trois racines réelles de l'équation (2) sont données par les formules :

(4) $$\begin{cases} y_1 = \dfrac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{p}\cos\dfrac{\varphi}{3} \\ y_2 = -\dfrac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{p}\cos\dfrac{\pi-\varphi}{3} \\ y_3 = -\dfrac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{p}\cos\dfrac{\pi+\varphi}{3}. \end{cases}$$

II

On envisage la fonction de variable réelle x :

$$u(x) = x^3 + 9x^2 + 23x + 14.$$

1. — Déterminer les zéros de $u(x)$.

A cet effet, on cherchera à ramener la résolution de l'équation $u(x) = 0$, à celle d'une équation du type (2), dont on montrera qu'elle admet trois racines réelles. Soit (E) cette équation.

Donner avec quatre décimales exactes, en utilisant les formules (4), les valeurs des racines de l'équation (E) ; en déduire les valeurs des zéros de $u(x)$.

Les angles qui interviennent seront évalués en degrés, minutes et secondes.

2. — Le graphe de $u(x)$ présente un maximum et un minimum. Donner, avec quatre décimales exactes, les valeurs de ces derniers, ainsi que les abcisses des points où ils se présentent.

3. — Déterminer avec quatre décimales exactes, les pentes des tangentes aux points où le graphe de $u(x)$ rencontre l'axe des x. Donner en degrés, minutes et secondes les angles que font ces tangentes avec l'axe des x positif : on orientera les tangentes dans le sens de description du graphe lorsque x varie de $-\infty$ à $+\infty$.

FIN

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail